
PHILOSOPHICAL TRANSACTIONS.

For the Months of November and December, 1695.

The CONTENTS.

I. **P**ropositio Generalis Arearum dimensionem exhibens in universo illo Curvarum Genere, quæ revolutione æquabili Circuli super Basin quamvis, vel rectilineam vel Circularem describi possint ; nempe omnium Cycloidum vel Epicycloidum, quovis modo genitarum. Cum Demonstratione Quadraturæ portionis Epicycloidis à Domino Caswell inventæ, (Numb. 217. p. 114. promissâ) per E. Halley. II. An Extract of the Journals of two several Voyages of the English Merchants of the Factory of Aleppo, to Tadmor, anciently call'd Palmyra. III. Some Account of the ancient State of the City of Palmyra, with some short Remarks on the Inscriptions found there : With an Observation of the Latitude of Aleppo, and the ascertaining of the Geographical Site of the Ancient Aracta, and several Cities in Syria. By E. Halley.

I. Propositio Generalis Arearum dimensionem exhibens in universo illo Curvarum Genere quæ revolutione æquabili Circuli super Basin quamvis vel rectilineam vel Circularem describi possint, &c.

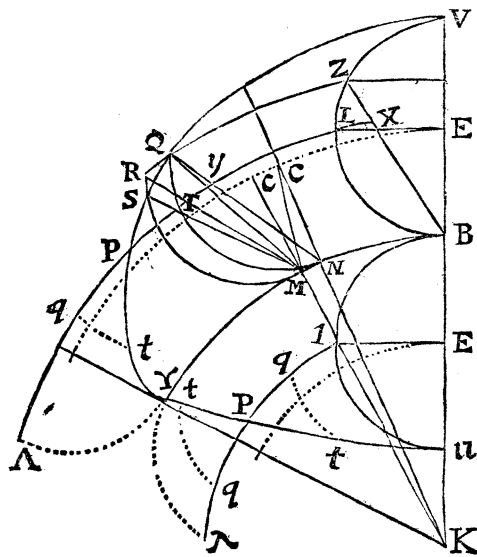
Notum est Cycloidem primariam, sicut etiam Prolatam ac Contractam (quas Trochoides vocant) à Celeberrimo Wallisio aliisque uberrime tractatas fuisse ; earumque proprietates dudum innotuisse : ut jam vix liceat quicquam novi de iis
X
comminisci.

comminisci. At in nupero tractatu Cl. de la Hire, nonnulla de Epicycloidis primariæ proprietatibus prodidit : cujus occasione ingeniosissimus Caswellus, non solum dimensionem Areae totius spatii Epicycloidalis etiam in partibus obtinere locum invenit : sed etiam perfectam Spatii Curvilinei $V P L$ Quadraturam exhibuit. Eiusdem vero demonstrationem, (cum minime obvia sit, ac ab Inventore nondum prodita) dum quaererem, incidi forte in Generalem hanc quam damus Propositionem, quâ mesurantur spatia Curvilinea omnia Generis Cycloidalis vel Epicycloidalis, tam tota, quam per partes. Atque etiam non solum spatia $V P L$, sed etiam innumera $Q T P$ ac $V Q T L$ accuratæ Quadraturæ capacia esse demonstravi ; idque non tantum in Epicycloidibus primariis, sed etiam in prolatis vel contractis. Propositio autem hæc est.

Area Cycloidis vel Epicycloidis, sive Primariæ sive Contractæ vel Prolatæ, est ad Aream Circuli Generantis ; atque etiam Areae partium genitarum in usdem Curvis, ad Areas analogorum segmentorum Circuli :: ut summa duplæ Velocitatis centri ac velocitatis matris circularis, ad Velocitatem motus circularis.

Demonstratio.

Describatur Epicyclois quævis $V P S Q V B$ revolutione



circuli $V L B$ super Basi circulari $Y M N B$; ponatur centrum circuli generantis in c , ductaque $c M K$, insinat circulus Basi in puncto M ; sitque punctum lineans S . Jam divisis motibus, transferatur primum motu circulari punctum S in R , ut augeatur arcus $S M$ particulâ indivisibili $R S$; deinde progrediatur centrum c in C ; hoc motu, traducto segmento $R S M$ in situm $Q T N$, punctum Q tanget Curvam. Patet Triangulum $R S M$ esse momentum sive fluxionem Areae segmenti circuli : Trapezium vero $Q S M N$ esse fluxionem Areae spatii curvilinei simul geniti. Jam cum

$S M, R M, Q M$, non nisi puncto inter se differre intelligantur,

gantur, concipe areolam $QSMN$ consistere ex tribus sectoribus RMS , RMQ , MQN ; adeoque areolam RMS esse ad Areolam $QSMN$, ut est angulus RMS ad summam trium angulorum $RMS + RMQ + MQN$. At anguli $RMQ + MQN$ æquantur angulis $MCN + MKN$, sive angulo cMC ; propter lineas RM , QN , invicem inclinatis sub angulo ipsi MKN æquali, ac propter angulum MQN ipsius MCN dimidium (per *Euchl.* 3. 20.) Proinde angulus RMS est ad angulos $RMS + cMC$, hoc est, (per eandem 3.20.) arcus $\frac{1}{2}RS$ ad duos arcus $Cc + \frac{1}{2}RS$, sive RS ad $2Cc + RS$; ut areola RSM , ad areolam $QSMN$: sive ut momentum segmenti circularis QTN ad momentum segmenti in Epicycloide simul geniti $QSTMN$. Cumque hæc momenta semper sint in eadem illa ratione, ubicunque assumpseris punctum Q , constat Areas ipsas QTN , $QSTMN$ his momentis genitas, eandem constantem habere rationem, nempe velocitatis motus circularis RS , ad duplam velocitatem centri addito motu circulari, sive $2Cc + RS$. Sicut etiam Aream $V B Z$ ad Aream $QVBN$, ac proinde semicirculum VLB ad spatium Curvilineum $VQYNB$. Ergo constat *Propositio*. Nulla autem alia est differentia in modo demonstrandi, si circulus genitor super arcu Basis Concavæ moveatur, nisi quod angulus cMC , hoc in casu, sit differentia angulorum MCN , MKN . Si vero Basis sit linea recta, evanescente MKN , ac ob RM , QN parallelas, etiam facilius erit probatio. Deducendis ex hac propositione Corollariis, cum in promptu sint, libenter abstineo: In omnibus autem hujusmodi Curvis portiones analogæ portionibus illis, quas in Cycloide primariâ perfectæ Quadraturæ capaces invenit Cl. Wallisius, sunt æque quadrabiles, quod quidem facile consequitur ex præmissis.

Centro K , per punctum Q duc circulearem arcum QZ , ac age ZB abscindens segmentum ZLB æquale segmento QTN , Dein biseca semicirculum $V B$ in L , ac per punctum L , centro etiam K , describere arcum PL , secantem Epicycloidem in P , circulum Genitorem in T , ac Chordas QN , ZB in y & X . Jam sit Arcus $VZ = a$, ejusque sinus $= s$, Radius Genitoris $= r$, Radius vero Basis $= R$; sitque arcus CE sive motus centri $= m$. Patet sectorem CKE eam rationem habere ad spatium $XyNB$, quam habet quadratum ex KE , ad differentiam quadratorum ex KL & KB ; sive ut $RR + 2Rr + rr$ ad

ad $2Rr + 2rr$; hoc est ut $R + r$ ad $2r$, vel KE ad BV ; ac proinde rectangulum BE in CE sive rm æquari spatio $XyNB$. Spatium vero VZB æquale est rectang. $\frac{1}{2}ar + \frac{1}{2}sr$; adeoque, juxta nostram propositionem, erit ut a ad $2m$, ita $\frac{1}{2}ar + \frac{1}{2}sr$, ad $\frac{mar + msr}{a}$, æquale Spatio Curvilineo $QVZLBNQ$: Ex hoc subduc spatium $XyNB = rm$, & remanebit spatium $QVZXy = \frac{mrs}{a}$: Cumque spatia ZXL , QyT æquentur inter se, spatium $QVLTQ$ etiam æquabitur ipsi $\frac{mrs}{a}$: Quoties itaque a ad m , sive motus circularis ad progressivum centri, fuerit in data ratione, dabitur etiam perfecta Quadratura spatiorum curvilinearum $QVLTQ$: Totumque spatium VPL ad Quadratum Radii BE erit in eadem ratione motuum m ad a , hoc est, in omni Epicycloide primariâ, in ratione radiorum KE ad KB , quæ est ipsa Domini *Caswelli* Propositio. Spatia autem minora $QVLTQ$ erunt inter se ut sinus Arcuum VZ ; ac spatia Triangularia QTP eodem argumento erunt ut Sinus Versi arcuum QT vel ZL : ac proinde etiam Quadrantur. Pari modo probabuntur spatia $p\lambda r$, pLu , $p\lambda r$ semper esse ad Radii BE quadratum (in omnibus his figuris) in prædicta ratione m ad a ; eorumque portiones qst , ut Sinus Versi arcuum interceptorum qt . Residua autem segmenta, ut $qt\gamma\Delta$, $qt\gamma\lambda$, &c. erunt ut Sinus recti complimentorum eorundem arcuum qt .

Componitur autem ratio velocitatum m ad a , ex ratione radiorum KE , BE , ac ratione angulorum simul æquabiliter descriptorum CKE , VEZ : ac proinde datâ etiam illâ angulorum ratione, etiam Quadrabuntur spatia omnia Epicycloidalia prædicta.

Omnibus his Curvis Tangentes ducere in promptu est, earumque Longitudines sive Rectificationes, ex Arcis quibusdam ipsis analogis, jam invenisse mihi videor: cujus rei occasione Familia hæc Curvarum uberius aliquando forsan tractabitur.